

Vermessung des tertiären Bogens vom 15.Mai 2011

(Bilder von Michael Großmann, info@lightsearcher.de)

Dr. Alexander Haußmann
Institut für Angewandte Photophysik

George-Bähr-Str. 1
D-01069 Dresden
+ 49 351 463 32858

hausmann@iapp.de

Bildkalibrierung und Winkelvermessung

Um zu beweisen, dass es sich bei dem farbigen Streifen im Foto tatsächlich um den tertiären Regenbogen handelt, wurde eine sorgfältige Analyse des Winkelabstands zur Sonne mit den Mitteln gewöhnlicher sphärischer Geometrie durchgeführt. Mittels Strahlenoptik lassen sich die Extremalablenkungswinkel des tertiären Bogens leicht berechnen: $41,6^\circ$ für Rot (610 nm), $40,6^\circ$ für Grün (530 nm) und $39,1^\circ$ für Blau. Diese Werte beziehen sich auf die Sonne (nicht den Gegenpunkt). Die Wellenlängen wurden entsprechend den Empfindlichkeitsmaxima eines typischen CMOS-Sensors gewählt.

Da sowohl Aufnahmeort als auch -zeit bekannt sind, kann auf einfache Weise die Sonnenposition berechnet werden und es ergibt sich $8,1^\circ$ Höhe und $289,6^\circ$ Azimut. Die Hauptaufgabe besteht nun darin, diese Winkelkoordinaten auch für jedes Pixel des Bogenfotos zu bestimmen. Dafür wurde eine Sternhimmelaufnahme mit derselben Kamera/Objektivkombination bei gleicher Zoomeinstellung aufgenommen. Dadurch ist es möglich, den Zusammenhang zwischen Feldwinkel (Winkelabstand eines Objektes von der optischen Achse) und Pixelabstand von der Bildmitte zu bestimmen. Für den hier vorliegenden Fall erhält man (bei originaler Bildauflösung):

$$R = 3633,7 \cdot \tan \vartheta - 262,45 \cdot \tan^2 \vartheta$$

Dabei entspricht der Koeffizient der ersten Ordnung einer Brennweite von 18,9 mm, wie aus der Sensorgröße von $14,8 \times 22,2 \text{ mm}^2$ und der vollen Bildauflösung von 2848×4272 Pixel leicht berechnet werden kann. Der Term zweiter Ordnung beschreibt ein gewisses Maß an tonnenförmiger Verzeichnung, welche für Weitwinkelzooms typisch ist.

Noch zu bestimmen sind drei Winkel, welche die Kameraausrichtung festlegen. Dabei handelt es sich um Höhe und Azimut der optischen Achse sowie die Rotation des Sensors um diese Achse. Dieser Rotations- bzw. Verkantungswinkel ist üblicherweise klein, da der Fotograf bestrebt sein wird, den Horizont auch als horizontale Linie im Bild wiederzugeben. Dennoch kann die Verkantung für eine genaue Analyse nicht vernachlässigt werden. Diese drei Winkel lassen sich durch nur zwei Referenzpunkte im Bild mit bekannten Höhe- und Azimutkoordinaten berechnen. Vorzugsweise handelt es sich dabei um Sterne oder Planeten (wie in der Fotografie Leuchtender Nachtwolken oder Mondhalos). Hier allerdings müssen Landmarken wie z.B. Bäume benutzt werden, da dies die einzigen langzeitstabilen Bildobjekte sind.

Das weitere Vorgehen besteht also in der Auswahl zweier möglichst entfernter Baumwipfel oder Zweige als Referenzen und der Bestimmung ihrer unbekanntnen Höhe/Azimutkoordinaten aus einem Sternfoto, welches so genau wie möglich vom selben Standort wie das Regenbogenbild aufgenommen wurde (Fig. 1). Dadurch lassen sich Parallaxeneffekte minimieren. Die drei entscheidenden Winkel zum „Einnorden“ des Sternfotos lassen sich relativ einfach aus den Positionen zweier Sterne bestimmen. Diese indirekte Methode ergibt für das Bild des tertiären Regenbogens innerhalb einer geschätzten Fehlergrenze von $0,2^\circ$:

Höhe der optischen Achse:	18.7°
Azimut der optischen Achse:	252.1°
Bilddrehung:	-2.6° (Bild muß im Uhrzeigersinn gedreht werden, um einen „horizontalen Horizont“ zu erhalten)

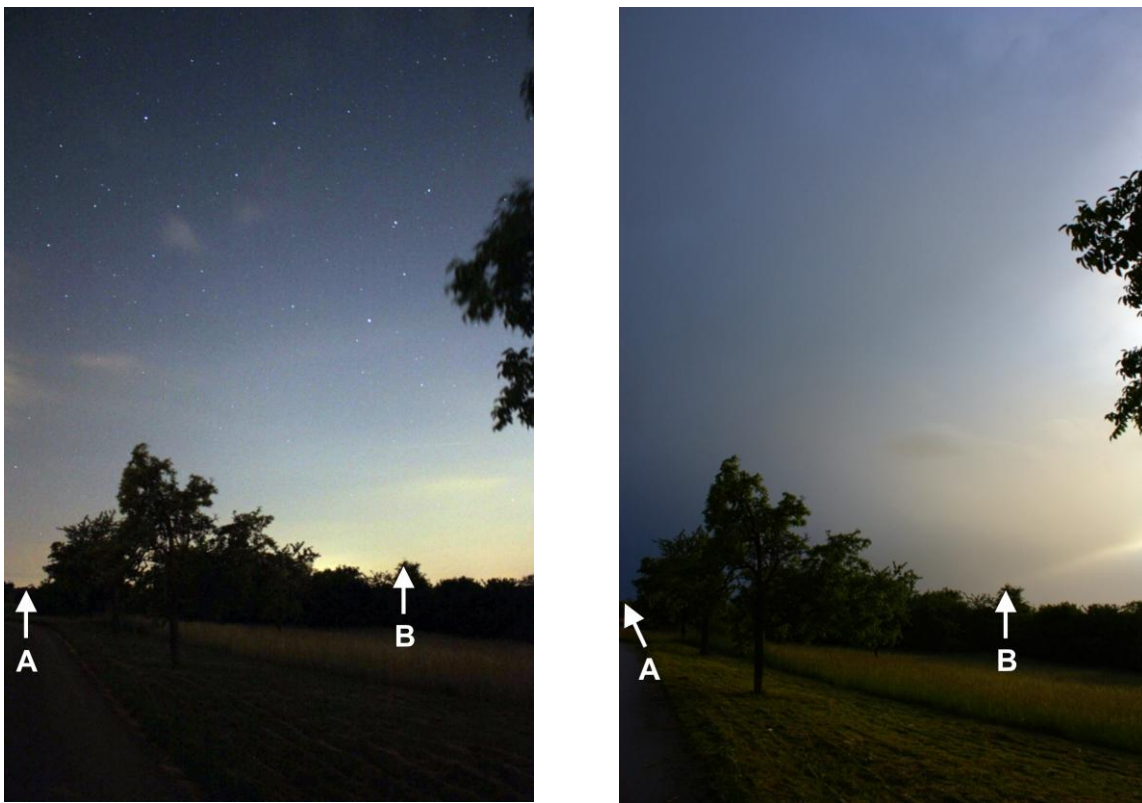


Fig. 1: Referenzpunkte zur Bestimmung der Bildausrichtung. Aus dem Sternfoto (links) lassen sich Höhe und Azimut der Positionen A und B bestimmen, wobei zwei Sterne als Referenzen dienen. A und B lassen sich im Originalbild wiederfinden, welches von annähernd derselben Position aus aufgenommen wurde (rechts), und können somit als Referenzen zur Verortung des aufgenommenen Farbbogens an der Himmelskugel benutzt werden.

Schließlich ist es nun möglich, den Winkelabstand zur Sonne für die in Fig. 2 markierten Punkte zu berechnen. Diese wurden so gesetzt, um möglichst gut dem äußersten Rand des roten Bogensegments zu entsprechen. Dieses Bild ist eine bearbeitete und verkleinerte Version (285 x 428 Pixel) des Originalfotos. Der Ursprung der x - und y -Pixelkoordinaten ist die Bildmitte. Man erhält folgende Resultate:

x [Pixel]	y [Pixel]	Höhe [°]	Azimut [°]	Winkelabstand zur Sonne [°]
17,5	121	37,3	256,5	41,8
10,5	109	35,6	255,1	41,8
4,5	99	34,1	253,8	41,9
-0,5	88	32,5	252,8	41,9
-4,5	75	30,6	251,9	41,8
-9,5	65	29,0	251,0	41,9
-12,5	53	27,1	250,3	41,7
-15,5	42	25,4	249,8	41,7
-18,5	31	23,7	249,2	41,7
-21,5	21	22,1	248,6	41,8
-23,5	10	20,4	248,2	41,8
-25,5	-3	18,3	247,9	41,8
-26,5	-14	16,6	247,7	41,8
-26,5	-24	15,0	247,6	41,7
-27,5	-35	13,3	247,4	41,8



Fig. 2: Testpunkte (weiß) am äußersten roten Rand des aufgenommenen Bogens

Diese Daten passen sehr gut zur theoretischen Erwartung von $41,6^\circ$ Sonnenabstand. Als Erklärungen für die verbleibenden Unstimmigkeiten kommen das tatsächliche, im Detail unbekannte Empfindlichkeitsspektrum des Sensors, tropfengrößenabhängige Abweichungen von der geometrischen Optik, der endliche Sonnendurchmesser sowie Verschiebungen der Bogenposition infolge der starken Bildbearbeitung in Betracht.

Eine zweite Möglichkeit zur Veranschaulichung des Zusammentreffens des fotografierten Farbstreifens mit der theoretischen Position des tertiären Regenbogens besteht darin, Kreise konstanten Sonnenabstands in korrekter Projektion über das Bild zu legen (Fig. 3). Unter Verwendung der Extremalablenkung für die RGB-Farben ist es möglich, den Bogen mit der Vorhersage der geometrischen Optik zu vergleichen. Wie ersichtlich, ergibt sich eine sehr befriedigende Übereinstimmung.

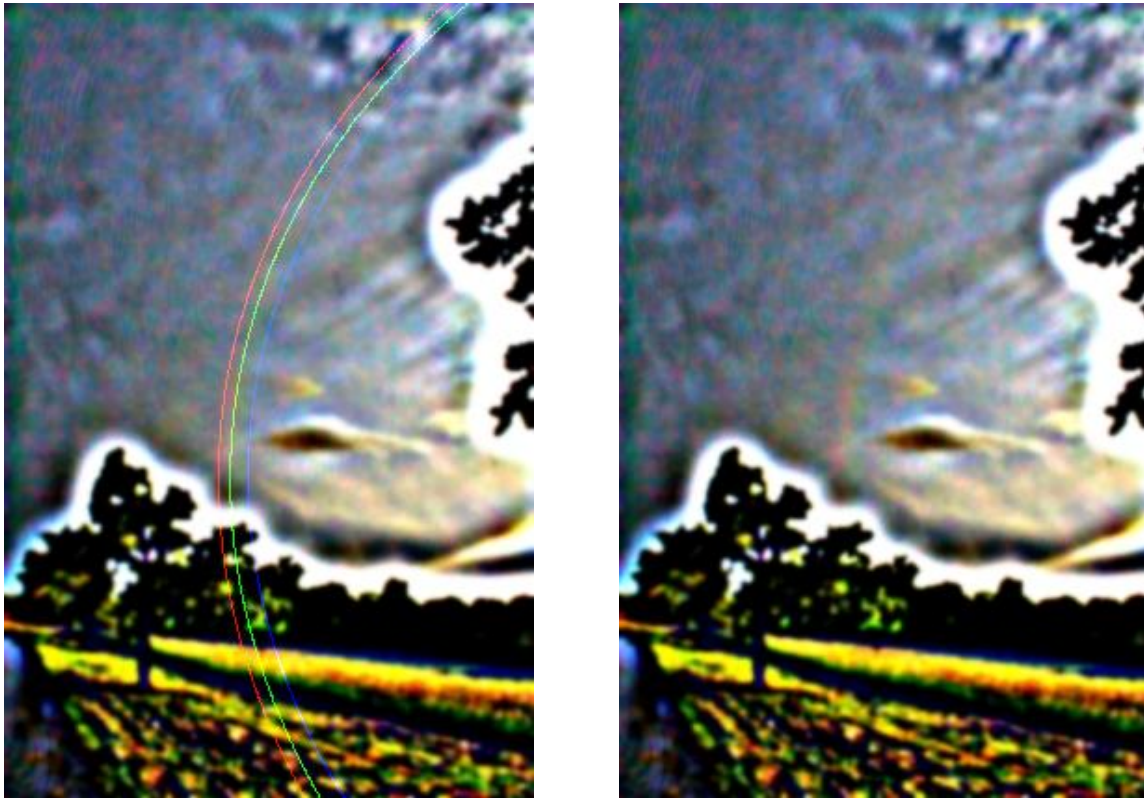


Fig. 3: Links: Linien gleichen Winkelabstands zur Sonne: $41,6^\circ$ (rot), $40,6^\circ$ (grün), $39,1^\circ$ (blau), welche den Extremalablenkungen für 610 nm, 530 nm und 450 nm entsprechen. Rechts: Bearbeitetes Foto ohne Linien zum Vergleich.

Sektoranalyse

Darüber hinaus wurde eine quantitative Analyse der Helligkeitsdaten des Rohbildes in der Originalauflösung vorgenommen. Diese Daten wurden über 40° sonnenzentrierten Azimut (=Sektorwinkel) für Sonnenabstände von 29° bis 59° gemittelt (Fig. 4). Die Ergebnisse zeigt Fig. 5. Wie erwartet, sind die Helligkeitsstufen des aufgezeichneten Bogens kaum zu erkennen. Dies entspricht auch dem visuellen Eindruck des Rohbildes.

Um nun das Bogensignal zu extrahieren, wurde eine Subtraktion des Hintergrundes vorgenommen. Die Hintergrund-Intensitätsverläufe der einzelnen Farbkanäle wurden durch Fitten von Polynomen vierten Grades an die Bereiche außerhalb des Bogens bestimmt. Dadurch ist das Bogensignal für jeden Farbkanal klar erkennbar, ebenso die Dispersion zwischen den einzelnen Farben (Fig. 6). Die Extremalablenkungswinkel für Rot, Grün und Blau (vertikale Linien) passen relativ gut mit den Intensitätsmaxima der jeweiligen Farbe zusammen. Die verbleibende geringe Einwärtsverschiebung für jedes Maximum im Vergleich zum Extremalablenkungswinkel ist ein von der Wellenoptik her vertrauter Effekt und kann mittels *Airy*-Theorie erklärt werden. Weitere mögliche Fehlerquellen sind im vorangehenden Abschnitt aufgelistet.



Fig. 4: Sektorfläche (weiß) zur quantitativen Analyse der Intensität. Der Bereich von 29° bis 59° Sonnenabstand wird innerhalb eines 40° -Sektors des sonnenzentrierten Azimuts abgedeckt.

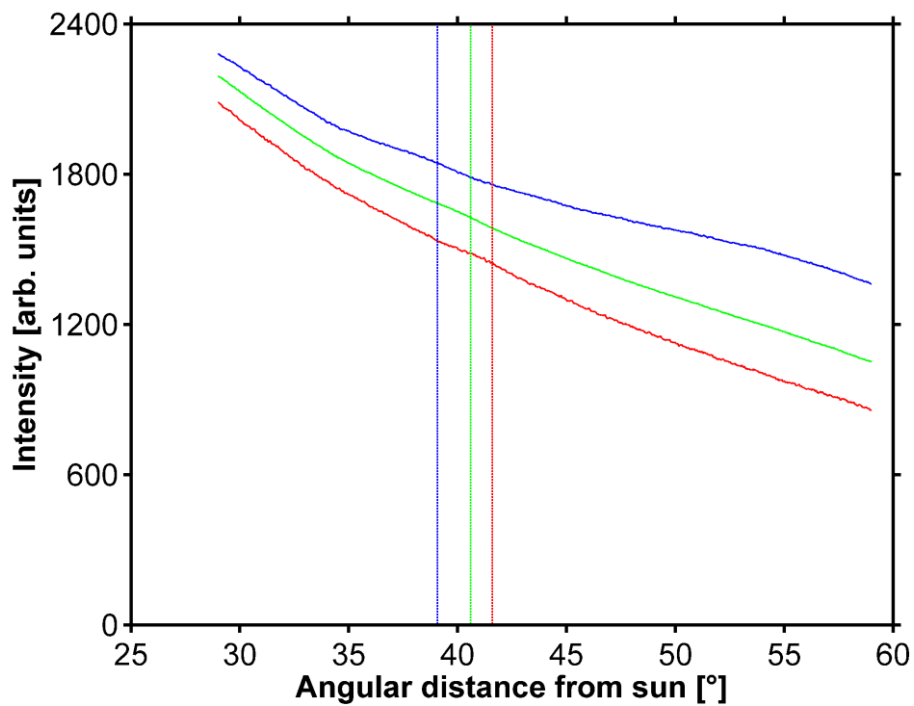


Fig. 5: Helligkeitsdaten des roten, grünen und blauen Farbkanals des Originalbildes, gemittelt über einen Sektorwinkel von 40° . Die vertikalen Linien markieren die entsprechenden Extremalablenkungswinkel.

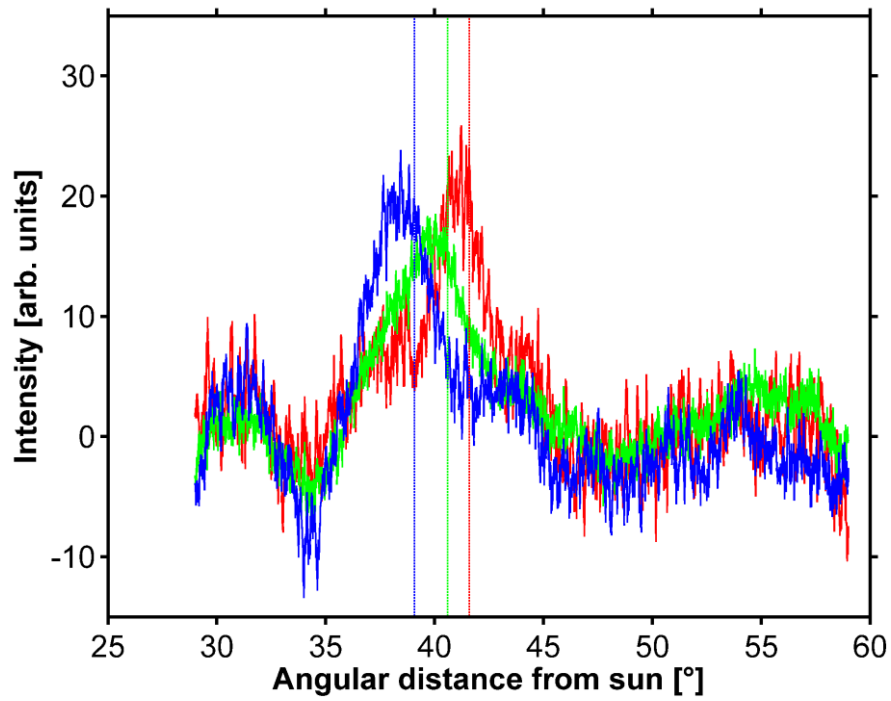


Fig. 6: Hintergrundkorrigierte Helligkeitsdaten. Die Maxima der einzelnen Kurven entsprechen dem aufgezeichneten Bogen und decken sich annähernd mit den Extremalablenkungswinkeln (vertikale Linien).